
WSKV Chur

Mathematik
schriftlich

Lehrabschlussprüfungen 2007
für die Berufsmatura kaufmännische
Richtung

LÖSUNGEN

Kandidatennummer _____

Name _____

Vorname _____

Datum der Prüfung _____

Bewertung	mögliche Punkte	erteilte Punkte	
1. Aufgabe	11	_____	
2. Aufgabe	5	_____	
3. Aufgabe	8	_____	
4. Aufgabe	23	_____	
5. Aufgabe	17	_____	
6. Aufgabe	13	_____	
7. Aufgabe	4	_____	
8. Aufgabe	6	_____	
9. Aufgabe	13	_____	
Total	<u>100</u>	=====	Note: _____

Material Arbeitsblätter, Lösungsblätter

Hilfsmittel Taschenrechner, Formelblatt

Zeit 150 Minuten

Hinweise

- Der Lösungsweg muss überall übersichtlich dargestellt werden; unbelegte Resultate werden nicht berücksichtigt!
 - Mehrfachlösungen sind nicht gestattet; Ungültiges ist deutlich zu streichen. Die gültigen Schlussresultate sind doppelt zu unterstreichen.
 - Alle Ausrechnungen und Resultate schreiben Sie auf diese Blätter, wenn nötig auch auf die Rückseite. Für reine Entwürfe und Versuche verwenden Sie das Zusatzpapier.
-

1. Algebraische Umformungen, Wurzeln und Potenzen

- a) Vereinfachen Sie den folgenden Wurzelausdruck so weit wie möglich, wobei das Resultat in Potenzform anzugeben ist.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{a^{18}}}$$

Lösung: $\left(\frac{27}{a^{18}}\right)^{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{27^{\frac{1}{3}}}{a^{18 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)}} \rightarrow \frac{a^6}{\sqrt[3]{27}} \rightarrow \underline{\underline{\frac{a^6}{3}}}$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
1a)	keine		-2
Total		4	

- b) Vereinfachen Sie den folgenden Quotienten so weit wie möglich:

$$\frac{a^2 - 2b^2}{a + b} : \left(1 - \frac{b^2}{a^2 - b^2}\right)$$

Lösung: $\frac{a^2 - 2b^2}{a + b} : \left(\frac{a^2 - b^2 - b^2}{(a + b)(a - b)}\right) \rightarrow \frac{a^2 - 2b^2}{a + b} \cdot \frac{(a + b)(a - b)}{(a^2 - 2b^2)} = \underline{\underline{\frac{a - b}{1}}}$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
1b)	keine		-2
Total		4	

- c) Welchen Wert hat y, wenn c den Wert 5 aufweist?

$$125^{2y} = c^2 + 5c - 25$$

Lösung: $125^{2y} = 5^2 + 25 - 25 \rightarrow 5^{6y} = 5^2 \rightarrow 6y = 2 \rightarrow \underline{\underline{y = \frac{1}{3}}}$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
1c)	keine		-2
Total		4	

2. Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten im Nenner

Bestimmen Sie die Lösungen des folgenden Gleichungspaares in der Grundmenge $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ mit Hilfe eines geeigneten Verfahrens. Die Definitionsmenge muss ebenfalls bestimmt werden.

$$(1) \frac{2}{2x+1} + \frac{4}{y-2} = 3$$

$$(2) \frac{1}{2x+1} + \frac{3}{y-2} = 2$$

Lösung: $\underline{\underline{D_x = \mathbb{Q} \setminus \{-0.5\}}}$

$\underline{\underline{D_y = \mathbb{Q} \setminus \{2\}}}$

$$(1) \frac{2}{2x+1} + \frac{4}{y-2} = 3 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{2x+1} + \frac{4}{y-2} = 3$$

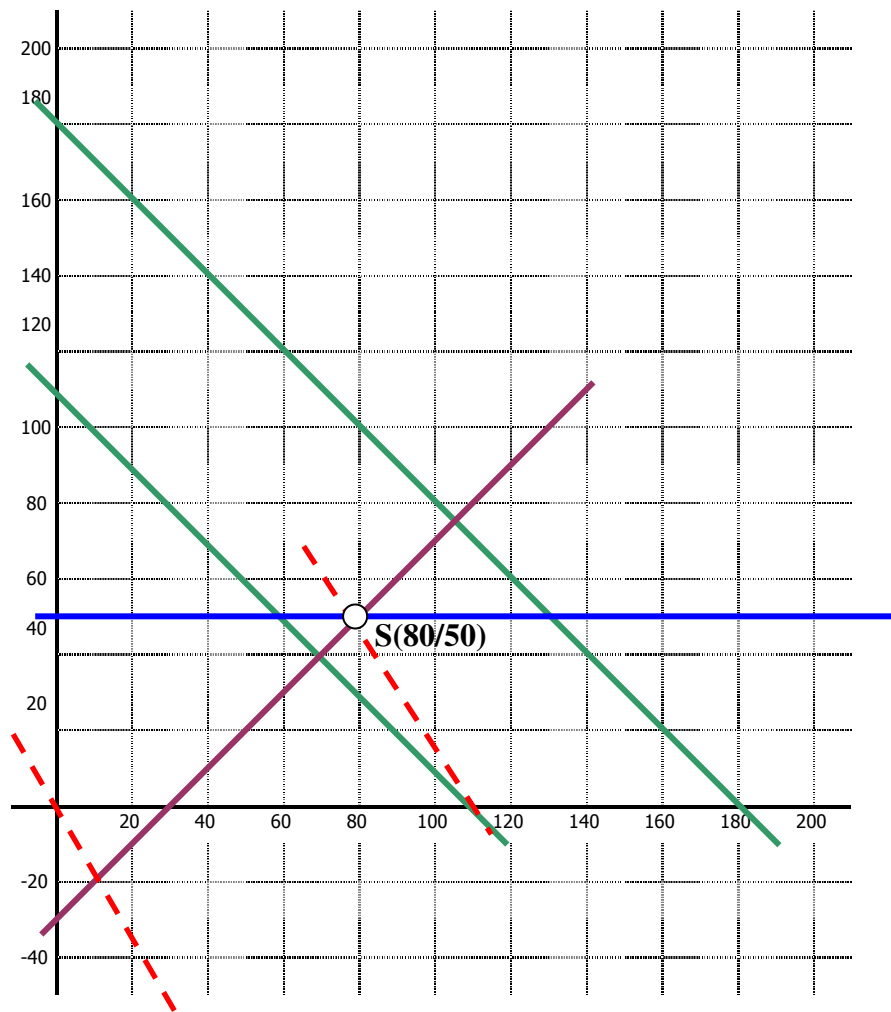
$$(2) \frac{1}{2x+1} + \frac{3}{y-2} = 2 \quad | \cdot (-2) \quad \rightarrow \quad -\frac{2}{2x+1} - \frac{6}{y-2} = -4$$

$$\frac{4}{y-2} - \frac{6}{y-2} = 3 - 4$$

$$\rightarrow -\frac{2}{y-2} = -1 \quad \rightarrow \quad -2 = -y + 2 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{y = 4}}$$

einsetzen in eine der beiden Gleichungen $\rightarrow \underline{\underline{x = 0.5}}$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
2)	Definitionsmengen	2	-1
	richtige Umformung (2 Quotienten gleichgesetzt)	1	
	richtig ausgerechnet/Variable y richtig	2	-1
	Variable x richtig eingesetzt und ausgerechnet	1	
Total		6	



4. Wurzeln, Potenzen und Logarithmen

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Wurzelgleichung in \mathbb{R} :

$${}^{x+2}\sqrt{32^{x+1}} = 8$$

Lösung: $(32^{x+1})^{\frac{1}{x+2}} = 8 \rightarrow 32^{\frac{x+1}{x+2}} = 8 \rightarrow 2^{\frac{5x+5}{x+2}} = 2^3 \rightarrow \frac{5x+5}{x+2} = 3$
 $\rightarrow \underline{\underline{x = 0.5}}$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
4a)	keine		-2
Total		4	

b) Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Potenzgleichung in R:

$$\log_4 1'024 = 2x - 10$$

Lösung: $2x - 10 = \frac{\lg 1'024}{\lg 4} = 5 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{x = 7.5}}$

oder: $4^{2x-10} = 4^5 \quad \rightarrow \quad 2x - 10 = 5 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{x = 7.5}}$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
4b)	keine		-2
Total		4	

c) Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich:

$$\frac{(\sqrt[4]{a})^3 \cdot \sqrt[6]{b} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1}{\sqrt[12]{a}}\right)^5 \cdot \frac{1}{b^{\frac{5}{6}}} \cdot (\sqrt[3]{a})^2}$$

Lösung: $\frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{12}} \cdot b^{-\frac{5}{6}} \cdot a^{\frac{2}{3}}} \rightarrow a^{\frac{3}{4} + \frac{5}{12} - \frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{5}{6}} \rightarrow a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \rightarrow \underline{\underline{\sqrt{ab}}}$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
4c)	keine		-2
Total		4	

5. Finanzmathematik

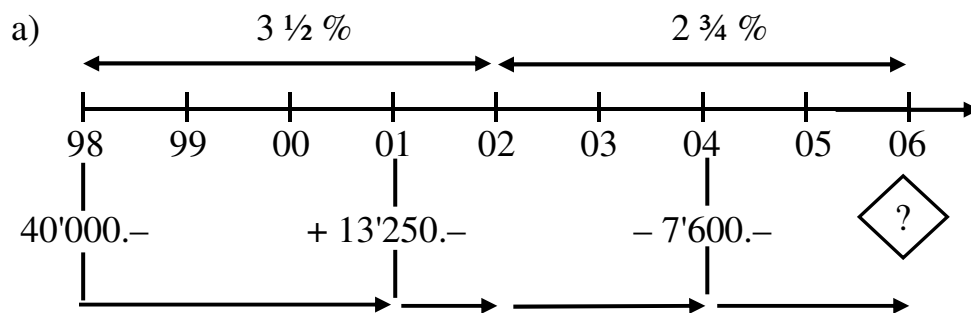
5.1 Kontenbewegungen

Auf einem Sparkonto sind folgende Tatsachen zu konstatieren:

- ◆ Eröffnung mit Fr. 40'000.– im Jahr 1998
- ◆ Einzahlung von Fr. 13'250.– im Jahr 2001
- ◆ Rückzug von Fr. 7'600.– im Jahr 2004

Der Zinssatz betrug in den ersten 4 Jahren $3\frac{1}{2}\%$ und in den restlichen Jahren $2\frac{3}{4}\%$.

- a) Zeichnen Sie eine saubere Analyse bis zum Endjahr 2006 mit Beschriftung der Achse, den Ein- und Auszahlungen sowie den Zinssätzen. Alle Kontenbewegungen und Zinssatzänderungen haben zum gleichen Zeitpunkt stattgefunden.
- b) Berechnen Sie das Endkapital im Jahr 2006 (auf 5 Rp. genau). Die Zwischenergebnisse (Kapitalien mit Zinsen) sind jeweils auch auf 5 Rp. zu runden.



b)

$$K_3 = 40'000.- \times 1.035^3 = \text{Fr. } 41'400.-$$

$$K_4 = 54'650.- \times 1.0275 = \text{Fr. } 56'152.90$$

$$K_6 = 56'152.90 \times 1.0275^2 = \text{Fr. } 59'326.-$$

$$K_8 = 51'726.- \times 1.0275^2 = \underline{\underline{\text{Fr. } 54'610.05}}$$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
5.1a)	Alles richtig eingezeichnet und beschriftet	4	-1
5.1b)	Alle 4 Teilbeträge richtig berechnet (Folgefehler beachten!!) und addiert	8	-2
Total		12	

5.2 Unterjährige Verzinsungen

Berechnen Sie jeweils die fehlenden Angaben der folgenden unterjährigen Verzinsungen (Felder mit Fragezeichen). Das Kapital ist auf 5 Rp. zu runden, der Zinssatz auf ein Achtel Prozent.

	Anfangskapital	Zinssatz	Anzahl Zinsperioden	Anlagedauer in Jahren	Endkapital
a)	?????	$2\frac{3}{8}\%$	12	$5\frac{1}{4}$	962.75
b)	1'500'000.-	?????	2	14 J. 3 Mt.	2'683'972.25

2) a) $\underline{\underline{K_0 = 850.-}}$ $962.75 : (1 + 2.375 : 1200)^{63}$

b) $\underline{\underline{p = 4\frac{1}{8}\%}}$ $^{28.5}\sqrt{\frac{2'683'972.25}{1'500'000}} = 1.020625$

$\rightarrow p = 0.020625 \cdot 100 \cdot 2 = 4.125\%$

Aufgabe	Teillösungen	Punkte	Abzug je Fehler
5.2 a)	Formel richtig umgesetzt und berechnet	2	-2
5.2 b)	Formel richtig umgesetzt und berechnet	3	-2
Total		5	

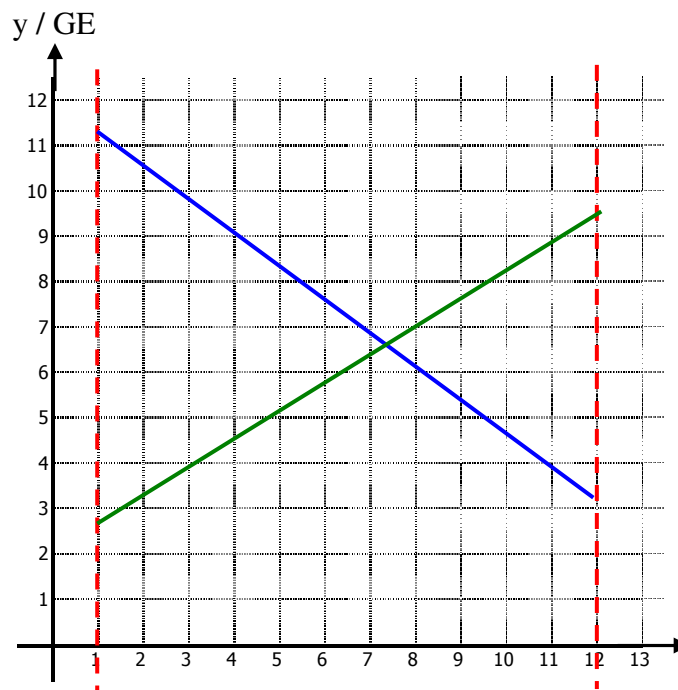
6. Preistheorie / lineare Funktionen

Das Marktverhalten der Anbieter in einem bestimmten Produktbereich lässt sich mit folgender Funktionsgleichung beschreiben:

$$\text{Angebot: } y = \frac{5}{8}x + 2$$

Die Nachfragegerade verläuft durch die Punkte $P_1 (4 / 9)$ und $P_2 (10 / 4.5)$.

- Wie lautet die Funktionsgleichung der Nachfragegeraden?
- Zeichnen Sie beide Geraden für das Intervall $1 \leq x \leq 12$ im Diagramm ein. (Intervallgrenzen gestrichelt einzeichnen)
- Wie hoch ist der Gleichgewichtspreis? (rechnerisch zu bestimmen und auf 5 Rp. zu runden)
- Um den Konsumenten zu schützen, setzt der Staat einen Höchstpreis von 6 GE je ME fest. Berechnen Sie den Angebots- bzw. Nachfrageüberhang (zutreffenden Begriff angeben) und zeichnen Sie das im Diagramm ein.



$$\begin{aligned} \text{a) } y = mx + q &\rightarrow P_1 \quad 9 = m \cdot 4 + q &\rightarrow q = 9 - 4m \\ &\rightarrow P_2 \quad 4.5 = m \cdot 10 + q &\rightarrow q = 4.5 - 10m \\ &\rightarrow 9 - 4m = 4.5 - 10m &\rightarrow 6m = -4.5 &\rightarrow m = -\frac{3}{4} &\rightarrow q = 6 \end{aligned}$$

$$\text{Gleichung der Nachfrage } \underline{y = -0.75x + 12}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 0.625x + 2 &= -0.75x + 12 &\rightarrow 1.375x = 10 &\rightarrow x = 7.2727 \\ &\rightarrow y = 0.625 \cdot 7.2727 + 2 &= \underline{\text{Fr. 6.55}} \end{aligned}$$

7. Quadratische Funktionen

Gegeben ist die Funktionsgleichung der Parabel $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 6$

a) Berechnen Sie die Nullstellen und geben Sie deren Koordinaten an.

Lösung:

$$\text{mal } (-2) \rightarrow \text{Normalform } x^2 - 6x + 12 = 0 \rightarrow x_{1,2} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{3^2 - 12}$$

\rightarrow wegen neg. Wurzel leere Menge, folglich keine Nullstellen

b) Berechnen Sie den Scheitelpunkt und geben Sie dessen Koordinaten mathematisch korrekt an.

c weglassen und null setzen $\rightarrow -0.5x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(-0.5x + 3) = 0$
 $\rightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = 6 \rightarrow H_1 (0 / -6)$ und $H_2 (6 / -6)$
 $\rightarrow (0 + 6)/2 = 3$ als x-Koordinate \rightarrow eingesetzt -1.5 als y-Koordinate
 \rightarrow S (3 / -1.5)

c) Sind folgende Aussagen zu der einleitenden Funktionsgleichung richtig oder falsch? (ohne Begründung)

	Richtig	Falsch
c1) Wenn der Parameter vor dem quadratischen Glied $-3/4$ betragen würde, so wäre die Parabel stärker geöffnet (würde gestaucht)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c2) Wenn der Parameter vor dem linearen Glied -8 betragen würde, so wäre die Parabel horizontal weiter nach links verschoben	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c3) Der Scheitelpunkt ist hier ein Hochpunkt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. Textaufgabe

Zwei Kapitalien ergeben zusammen einen Jahreszins von Fr. 4'800.–, wenn sie zu 2 % resp. 2.75 % angelegt sind. Wären beide Kapitalien zu 3 % angelegt, so wären die Zinsen in 10 Monaten um Fr. 75.– höher. Wie viel betragen die beiden Kapitalien? (auf ganze Franken runden) Das Definieren/Festlegen der Unbekannten wird verlangt!

Lösung

$x = \text{Kapital 1}$ $y = \text{Kapital 2}$

$$(1) \quad \frac{2x}{100} + \frac{2.75y}{100} = 4800.- \quad \rightarrow \quad 2x + 2.75y = 480'000$$

$$(2) \quad \frac{3x \cdot 10}{100 \cdot 12} + \frac{3y \cdot 10}{100 \cdot 12} = 4875.- \quad \rightarrow \quad 30x + 30y = 5'850'000$$

$$(2)' \quad \text{gekürzt mit 15} \quad \rightarrow \quad 2x + 2y = 390'000$$

$$\rightarrow \quad 480'000 - 2.75y = 390'000 - 2y \quad \rightarrow \quad 0.75y = 90'000$$

$$\rightarrow \quad \underline{y = 120'000.-} \quad \rightarrow \quad \underline{x = 75'000.-}$$