

# Abschlussprüfung 2011

## Mathematik

Kandidatennummer: \_\_\_\_\_

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

|                    |  |
|--------------------|--|
| <b>Material</b>    | Arbeitsblätter, Häuschenblätter                                      |
| <b>Hilfsmittel</b> | netzunabhängiger, nicht programmierbarer Taschenrechner, Formelblatt |
| <b>Zeit</b>        | 150 Minuten  |

### Hinweise

- **Beschriften Sie alle Häuschenblätter** mit Ihrem Namen und Vornamen.
- Sie müssen nicht der Reihe nach arbeiten. Kennzeichnen Sie aber jede Aufgabe mit der entsprechenden Nummer und trennen Sie die nächste Nummer mit einer waagrechten Linie ab.
- Der Lösungsweg muss überall übersichtlich dargestellt werden; unbelegte Resultate werden nicht berücksichtigt!
- Mehrfachlösungen sind nicht gestattet; Ungültiges ist deutlich zu streichen. Die gültigen Endergebnisse sind deutlich zu kennzeichnen.
- Die Lösungen und Lösungswege sind auf die bereitgelegten Häuschenblätter zu schreiben, nur die Grafiken werden direkt auf den Aufgabenblättern erstellt.

### Bewertung

| Aufgabe           | mögliche Punktzahl | erreichte Punktzahl |
|-------------------|--------------------|---------------------|
| 1                 | 13                 |                     |
| 2                 | 8                  |                     |
| 3                 | 15                 |                     |
| 4                 | 13                 |                     |
| 5                 | 15                 |                     |
| 6                 | 7                  |                     |
| 7                 | 11                 |                     |
| 8                 | 18                 |                     |
| <b>8 Aufgaben</b> | <b>100</b>         |                     |

Note: \_\_\_\_\_

Unterschrift ExpertIn 1

Unterschrift ExpertIn 2

## 1. Algebraische Umformungen ( \_\_\_/13)

- a) Vereinfachen Sie den folgenden Term soweit wie möglich. (5)

$$\left( \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a+2}{2a^2+a} - \frac{2}{a^2} \right) : \left( \frac{\frac{a^2-1}{2a+1}}{a^2} \right)$$

- b) Vereinfachen Sie den folgenden Term soweit wie möglich und geben Sie das Ergebnis ohne negative Exponenten an. (4)

$$\frac{(-9m)^3}{-8m^2} \cdot \left( \frac{3m^3}{4} : \frac{m^2}{6} \right)^{-2}$$

- c) Vereinfachen Sie den folgenden Term soweit wie möglich. (4)

$$\log_a \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[12]{a}} - \log_a \frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[6]{a}}$$

## 2. Gleichungssysteme mit zwei Variablen ( \_\_\_/8)

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems in der Grundmenge  $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . (8)

$$\begin{cases} (1) \left| \frac{4}{3x-4} + \frac{7}{5} = \frac{7y}{5y-2} \right| \\ (2) \left| \frac{-35}{1-7x} = \frac{7}{3y+7} \right| \end{cases}$$

## 3. Gleichungen und Ungleichungen ( \_\_\_/15)

- a) Bestimmen Sie die Definitions- und die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung (Grundmenge  $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ ). (6)

$$\frac{2x^2}{x^2 - 4x - 21} + \frac{3}{4x + 12} \geq \frac{2x}{x - 7}$$

- b) Bestimmen Sie die Definitions- und die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichung (Grundmenge  $\mathbb{G} = \mathbb{R}$ ). (4)

$$4 \cdot 7^{x-1} = 2^x$$

- c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Logarithmusgleichung (Grundmenge  $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+$ , Definitionsmenge nicht verlangt). (5)

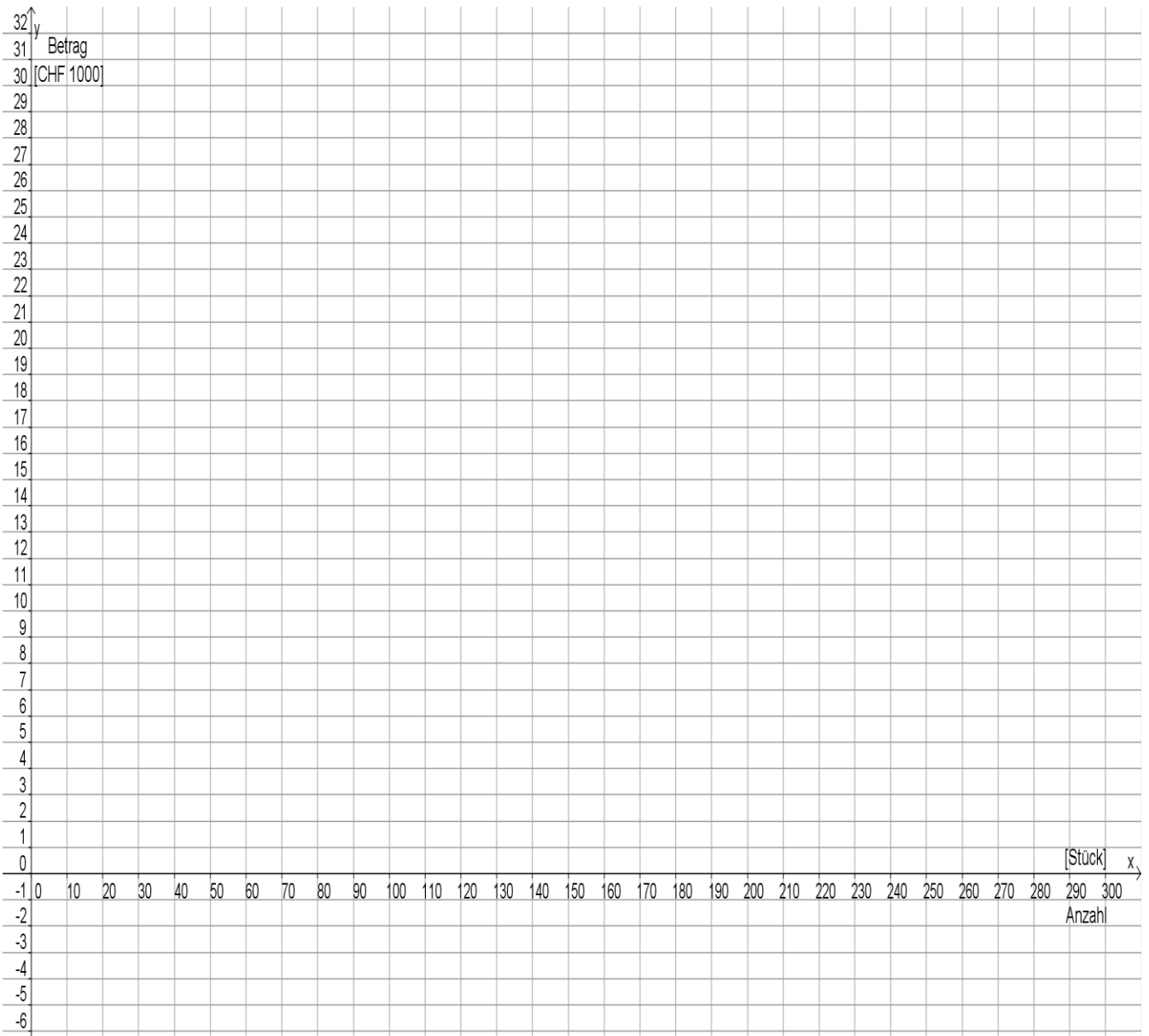
$$2 \log_3 x - \log_3(2x+9) = 1$$

#### 4. Lineare Funktionen

( \_\_\_/13)

Frau Camenisch stellt in Heimarbeit modische Taschen her. Sie rechnet mit jährlichen Fixkosten von CHF 5'760.—. In einem Jahr hat sie 270 Taschen verkauft und dabei einen Erlös von CHF 28'350.— erzielt. Um auf einen genügend hohen Stundenlohn zu kommen, möchte sie einen Gewinn von CHF 80.— pro Tasche erwirtschaften.

- Ermitteln Sie die Gewinnfunktion, die Kostenfunktion und die Erlösfunktion für die Dauer eines Jahres und tragen Sie alle Geraden im unten stehenden Koordinatensystem ein. (8)
- Berechnen Sie, bei welcher verkauften Stückzahl die jährliche Gewinnschwelle erreicht wird. (2)
- Frau Camenisch kann, weil ihr Geschäft gut läuft und sie dadurch das Material billiger einkaufen kann, die variablen Kosten senken, die Gewinnschwelle liegt nun bei 64 Stück. Um wie viel % sind die variablen Kosten gesunken, wenn Frau Camenisch den Verkaufspreis unverändert lässt? (3)



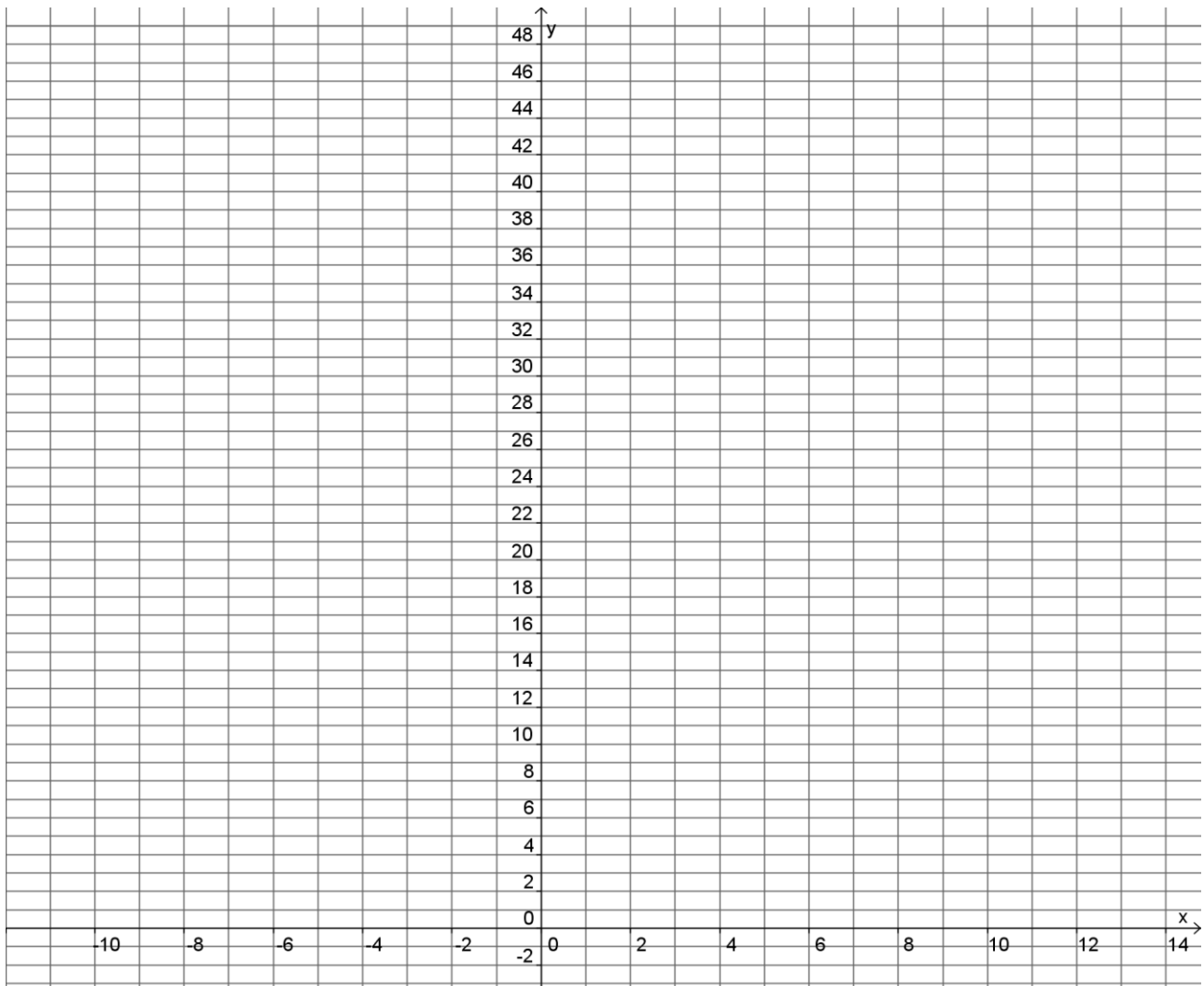
**5. Quadratische Funktionen** ( \_\_\_/15)

- a) Bestimmen Sie von der Parabel p die Nullstellen, den Scheitelpunkt und den Schnittpunkt mit der y-Achse. (6)

$$p: y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$$

- b) Eine Gerade g ist durch die zwei Punkte P(5/12) und Q(-4/21) gegeben. Erstellen Sie die Funktionsgleichung von g und bestimmen Sie die Schnittpunkte der Geraden g mit der Parabel p.  
(Sollten Sie die Geradengleichung für g nicht erstellen können, dann nehmen Sie die Gerade h:  $y = -x + 35$  zur Bestimmung der Schnittpunkte mit p.) (6)

- c) Zeichnen Sie die Situation unter a) und b) in das folgende Koordinatensystem ein. (Bestimmen Sie evtl. noch weitere Punkte für die Parabel p, damit Sie eine bessere Genauigkeit erreichen - Wertetabelle.) (3)



**6. Textaufgaben** (\_\_\_/7)

Der Jahresgewinn von CHF 127'305.— eines Familienunternehmens wird mit folgendem Schlüssel auf die Eltern und ihre Kinder aufgeteilt.

Beat bekommt das Doppelte von Petra, Ruth erhält hingegen 75% mehr als Beat, die Mutter darf einen Fünftel von Beat entnehmen und der Vater bekommt halb so viel wie alle anderen zusammen.

Berechnen Sie die Anteile der einzelnen Familienmitglieder in CHF. (7)

**7. Finanzmathematik** (\_\_\_/11)

a) Der Götti von Michael richtet diesem bei seiner Geburt ein Sparkonto mit einem Betrag von CHF 5'000.— ein und zahlt dort alle 5 Jahre bis zu Michaels 15. Geburtstag weitere CHF 3'000.— ein.  
Der Zinssatz beträgt während der ersten 8 Jahre 2.25%, nachher 1.75%.

a<sub>1</sub>) Wie hoch ist der Kontostand an Michaels 16. Geburtstag? (3)

a<sub>2</sub>) Nach der Schule beginnt Michael eine Automechanikerlehre und will mit dem Geld auf seinem Konto sein Traumauto kaufen, welches CHF 18'600.— kostet.  
Wann hat er den nötigen Betrag auf dem Konto, wenn der Zinssatz an seinem 18. Geburtstag auf 2% steigt? (3)

b) Nach einigen Jahren hat Michael wieder CHF 5'000.— gespart. Er legt das Geld an und besitzt nach 2 Jahren ein Kapital von CHF 5'176.40. Dabei war der Zinssatz während des ersten Jahres 1% tiefer als während des zweiten Jahres.  
Wie hoch waren die beiden Zinssätze? (5)

**8. Lineare Optimierung** (\_\_\_/18)

Die Firma Plastictec stellt Laborgeräte und Operationsbestecke für den Spitalbedarf her. Dabei müssen mindestens doppelt so viele aber höchstens viermal so viele Operationsbestecke wie Laborgeräte hergestellt werden.

Beide Produkte werden in drei Schritten auf den gleichen drei Maschinen gefertigt.

Maschine A braucht für den ersten Teil des Laborgerätes 5 Minuten, für den ersten Teil des Operationsbestecks hingegen 15 Minuten. Maschine B benötigt 20 Minuten für das Laborgerät und 18 Minuten für das Operationsbesteck. Zuletzt braucht Maschine C für das Laborgerät 14 Minuten und für das Besteck 25 Minuten.

Weil die Maschinen einen unterschiedlichen Wartungsaufwand haben, kann Maschine A maximal 6 Stunden und Maschine B höchstens 7 Stunden täglich produzieren. Maschine C darf hingegen aus gewerkschaftlichen Gründen höchstens 8 Stunden am Tag laufen. Ein Laborgerät wirft CHF 200.— und ein Operationsbesteck CHF 375.— an Gewinn ab.

a) Erstellen Sie das System der Ungleichungen, welches die obigen Bedingungen abbildet. **(Keine Grafik!)** (6)

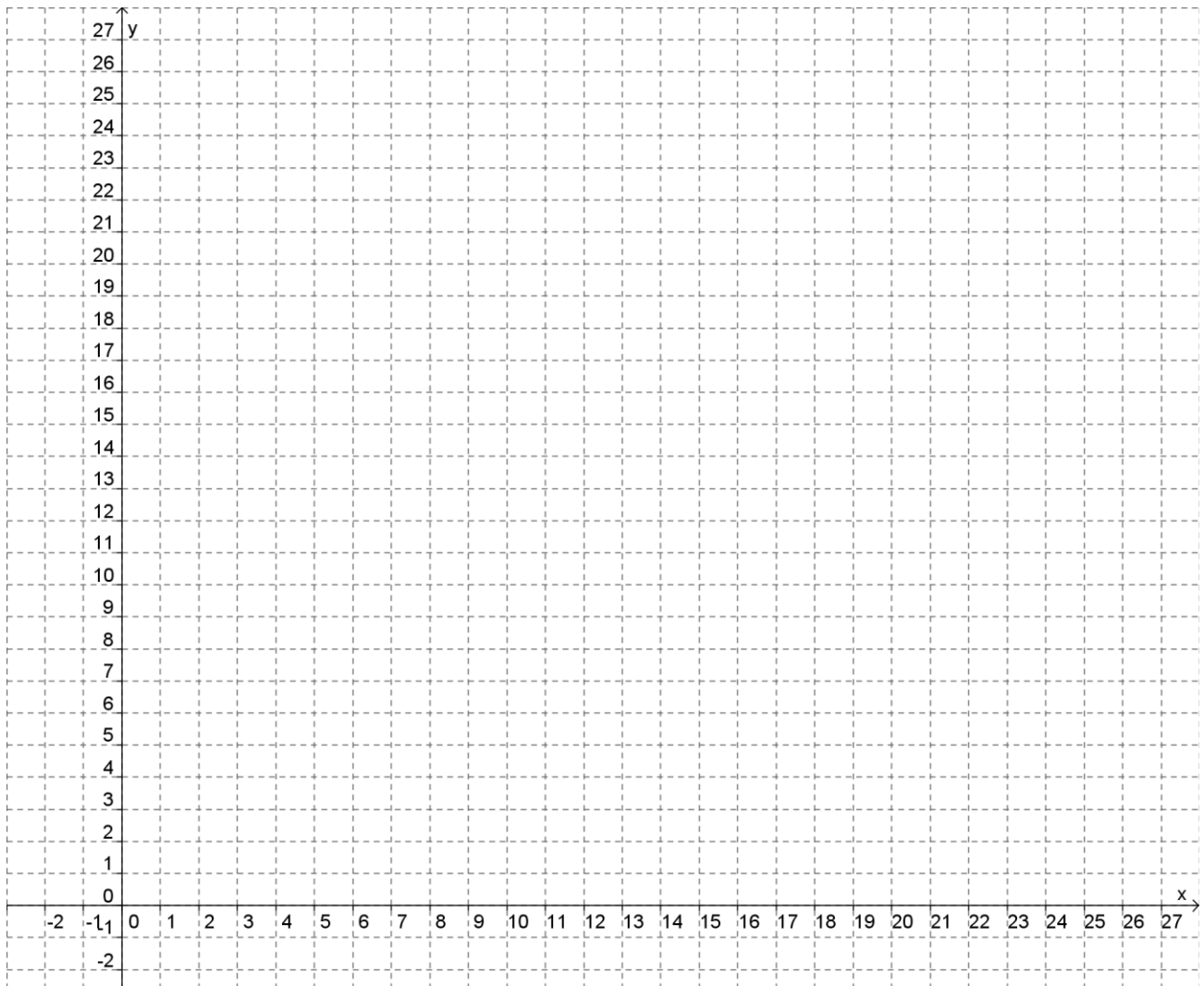
b) Erstellen Sie die Zielfunktion. (1)

- c) Nach einer Änderung von Bedingungen am Markt und in der Produktion haben sich die Ungleichungen wie folgt entwickelt.

$$a, b: x, y \geq 0; \quad c: y \geq x; \quad d: y \leq 2x; \quad e: 12x + 12y \leq 300$$

$$f: 6x + 20y \leq 360; \quad g: 18x + 30y \geq 300; \quad Z = 120x + 300y$$

Zeichnen Sie den neuen Sachverhalt im folgenden Koordinatensystem auf. (6)



- d) Markieren Sie das Planungspolygon farbig. (1)
- e) Bestimmen Sie den maximalen Gewinn zeichnerisch und rechnerisch und formulieren Sie den Antwortsatz für den maximalen Gewinn und dessen Bedingungen. (4)